電気回路網としてのスマートグリッドにおける
キルヒホッフの法則の適用

概要

・　地球温暖化について、我が国は、温室効果ガスの排出量を中期的には 2020 年までに 1990 年比で 25%削減、長期的には 2050 年までに 80%削減するという目標を掲げています。

・　環境省では平成 20 年 7 月、第 21 回地球温暖化対策推進本部（本部長：内閣総理大臣）が開催され、**低炭素社会づくり行動計画**と京都議定書目標達成計画の進捗状況の点検結果が了承され、その後の閣議において低炭素社会づくり行動計画が閣議決定されました。この行動計画の内容を見てみますと第２章「革新的技術開発と既存先進技術の普及について」の中で、「環境エネルギー技術革新計画（2008 年 5 月)」「Cool Earth－エネルギー革新技術計画（2008 年 3 月）等に示された革新技術（構造・素材や**システム**等の点で既存技術やその延長線上にある技術を超えた革新性を持ち、2005 年の世界における大幅な温室効果ガスの削減に寄与する技術）を開発するように掲げられています。

　取り組むべきエネルギー革新技術としては①革新的太陽光発電、②プラグインハイブリッド自動車・電気自動車（EV 車）等が揚げられています。ここで、ポイントをまとめますと

- 太陽光発電の導入量の大幅拡大
- 「ゼロ・エミッション電源」の比率 50%以上へ引上げ
- 次世代自動車の導入
- 一般家庭への省エネの普及

等が揚げられます。

・　既存技術による電力系統は、電力の発生から消費までの一連の**システム**のことで、発電から始まり、送電、変電、配電を経て、最終的に電力を消費する需要家（工場、オフィス、一般家庭等）に至るすべての要素が組み合わさって構成するシステムです。供給側から需要家への一方向の電力供給を前提として構成されていますが、再生可能電力（例えば、太陽光発電や風力発電等）が大量に普及すれば、この流れを抜本的に変化させる対応が必要となります。このため、電力供給の低炭素化，再生可能電力の大量普及の実現に向けては既存の電力系統と再生可能電力の大量普及の実現に向けては既存の電力系統と再生可能電力とが**調和**した導入形態の検討を含め、将来の電力系統の再構築を進めることが必要です。

・　スマート・グリッドとは人工知能や通信機能を搭載した計測機器等を設置して一方向の電力供給を双方向にすることにより、電力需給を自動的に調整する機能をもたせることにより、電力需給を人の手を介さず最適化できるようにした電力系統をスマート・グリッドといいます。

「スマート・グリッドは電力系統と再生可能電力との**調和**をどのように実現するかがポイントといえます。」

そこで、この**調和**はどのようなことなのかを電気回路網の基礎である「キルヒホッフの法則を用いて考えることにします。本回路について太陽電池、蓄電池、負荷と電気回路の基礎的な構成となっているため、実験結果とキルヒホッフの第一、第二法則が結びつき、簡単にスマートグリッドでうたわれている**調和**の学習を行うことができます.

1. オームの法則

オームの法則とは「電流 I が流れている導体中の 2 点 P_1, P_2 間の電位差 $E = E_1 - E_2$ は I に比例する．電流が I （アンペア：A)、電位差が E （ボルト：V）であるとき、

$$E \propto I$$

であることを表す法則です．ここで、比例定数を R とすると E は I の関数

$$E = RI$$

です． R は導体の形状、温度、寸法などによって定まる正の比例定数で、**電気抵抗**あるいは単に抵抗といいます．電気の根本は**電荷**を持った物質（電子等）が存在することです．電荷を持った物質があり、電荷を持った物質と電荷を持った物質との間には力が働きます（クーロン力）．この力によって電荷が移動することを電流が流れるといいます．そのとき、電荷を持つ物質を妨げることが電気抵抗です．言い換えると「電流の流れ難さ」です．

2. キルヒホッフの法則（電気回路）

キルヒホッフの法則には電流則と電圧則の 2 つがあります。それぞれに見ていきます。

1.1 電流則（キルヒホッフの第一法則）

例えば、図 1.1(a)に示すように、分岐点 O に向かって、5[A]と 3[A]の電流が流れ込めば、点 O から流れ出す電流は必ず(5+3)=8[A]となるということで、まったく当然すぎる関係をいっています。これを一般的にいえば、図 1.1(b)のように、流れ込む電流は I_1, I_2 、流れ出す電流は I_3 とすれば

$$I_1 + I_2 = I_3$$

と表せます。

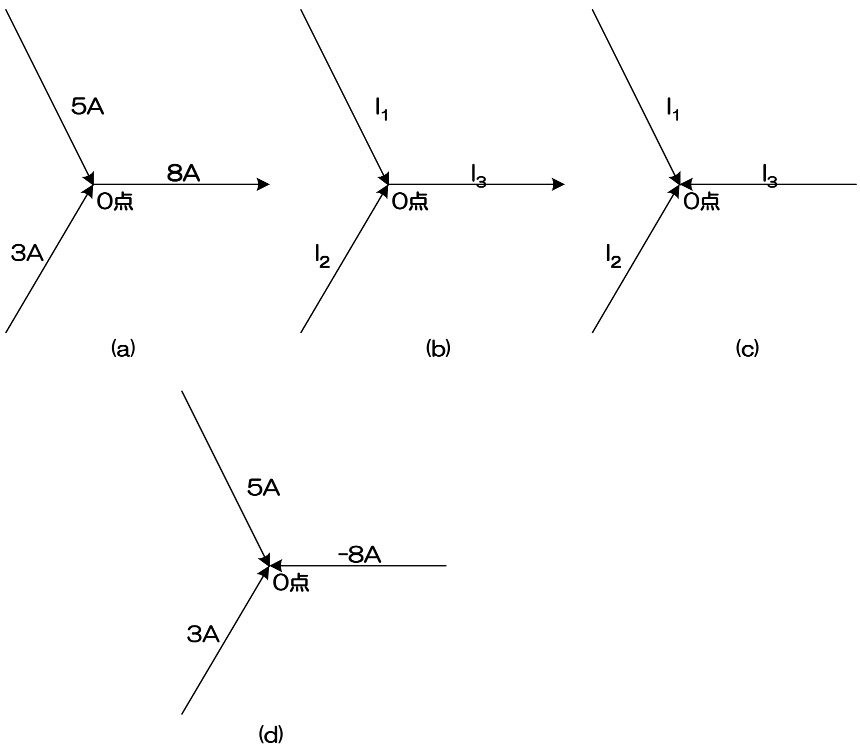


図 1.1　キルヒホッフの第一法則（電流則）の説明

この法則は、また、次のようにも表すことができます。「**回路網中の任意の分岐点 O に流れ込む電流（あるいは流れ出る電流）の総和は零である。**」例えば、図１．１（ｃ）のように、分岐点 O に集まるように３つの電流 I_1, I_2, I_3 の方向をとれば

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \tag{1}$$

という関係が成り立つということです。

数値例で示すと、図 1.1(d)のようになります。この場合には $I_3 = -8[A]$ となり、負の値になりますから、実際には $8[A]$ の電流が右方に流れていることを意味しています。

したがって電流の総和は零であることを式で表すと

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 \tag{2}$$

と表せます。

1.2 電圧則（キルヒホッフの第二法則）

この法則は、**起電力と電圧降下**の平衡に関する法則で、

「**回路網中の任意の閉回路**（これを**網目**といいます）**内において、一定の方向にたどった起電力の総和は、同じ方向に生ずる電圧降下の総和に等しい。**」例えば、図 1.2 のような閉回路を例にとって、この法則を活用すれば、次のようになります。この式はオームの法則そのものですね.

$$\underbrace{E_1 + E_2 - E_3}_{\text{起電力}} = \underbrace{R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_4 I_4}_{\text{電圧降下}}$$

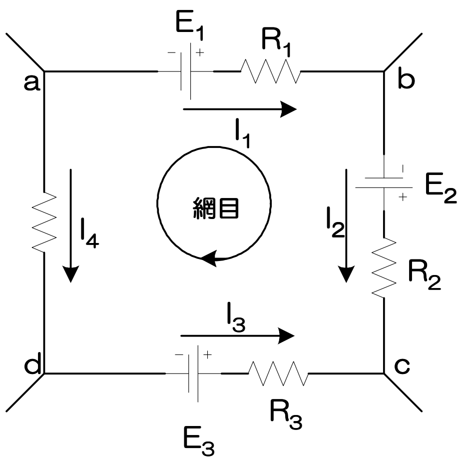
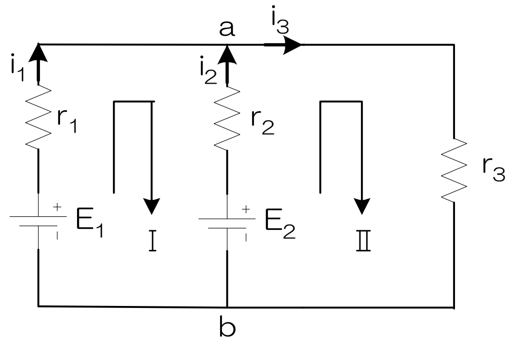


図 1.2　第二法則

2 回路例　図 2.1 のような回路網があるとします。E_1 および E_2 はそれぞれ、太陽電池の出力電圧、畜電池の出力電圧とします。また r_1、r_2 はそれぞれの内部抵抗、r_3 は負荷抵抗として考えます。



、

図 2.1 例 1 の回路網

電流の向きを図のように定めて，この回路網にキルヒホッフの第一（電流則）と第二（電圧則）を適用し，方程式を立てます。

点ａにおいて　$i_1 + i_2 = i_3$　(3)

網目Ⅰにおいて　$r_1 i_1 - r_2 i_2 = E_1 - E_2$　(4)

網目Ⅱにおいて　$r_2 i_2 + r_3 i_3 = E_2$　(5)

(5)式に(1)式を代入して整理すると

$$r_2 i_2 + r_3 (i_1 + i_2) = E_2$$

$$r_2 i_2 + r_3 i_1 + r_3 i_2 = E_2$$

$$r_3 i_1 + (r_2 + r_3) i_2 = E_2 \quad (6)$$

ここで，$E_1 = 17.7[V], E_2 = 12[V], r_1 = 6[\Omega], r_2 = 6[\Omega], r_3 = 6[\Omega]$，(4)、(6)式に与えられた数値を代入すると

$$6i_1 - 6i_2 = 17.7 - 12 \quad (7)$$

$$6i_1 + 12i_2 = 12 \quad (8)$$

(5)×2+(6)

１２ｉ$_1$－１２ｉ$_2$＝１１．４
　６ｉ$_1$＋１２ｉ$_2$＝１２　　（
１８ｉ$_1$　　　　＝２３．４

だから，　ｉ$_1$＝２３．４／１８＝１．３[A]　（７）

（７）を（６）式に代入して

６×１．３＋１２ｉ$_2$＝１２
１２ｉ$_2$＝４．２
　ｉ$_2$＝４．２／１２＝０．３５

だから　ｉ$_3$＝１．３×０．３５＝１．６５[A]

したがって，ａｂの両端の電圧はｒ$_3$ｉ$_3$＝１．６５×６＝９．９[V]
となります。この例で，太陽電池の出力電圧が再だ電圧のとき，負荷の両端電圧は畜電池電圧より若干低い電圧になります。また，負荷に供給される電流については，太陽電池と蓄電池の電流出力比が

１：０．３となり，それぞれの電源が受け持って負荷電流を負荷に供給していることになります。

3. ガウスの消去法

キルヒホッフの法則を用いて回路網に流れる電流が求まることは判りましたが，複雑な回路網になると計算過程も複雑になってきます。そこでガウスの消去法を用いて考えてみます。ここで，ちょっと回路網から離れて連立１次方程式をガウスの消去法で解いてみます。各式の左辺の数字を抵抗ｒと考え，ｘを電流と考えます。また，右辺を起電力と考えます。

例えば，次の連立１次方程式を考えてみます。

$$2x_1+4x_2+2x_3=8 \tag{8}$$
$$4x_1+10x_2+3x_3=17 \tag{9}$$
$$3x_1+7x_2+x_3=11 \tag{10}$$

[前進消去]

（８）を１／２倍する。

$$x_1+2x_2+x_3=4 \tag{8'}$$
$$4x_1+10x_2+3x_3=17 \tag{9}$$
$$3x_1+7x_2+x_3=11 \tag{10}$$

（９）に（８’）の－４倍を足す。また，（１０）に（８’）の－３倍を足す。

$$x_1+2x_2+1x_3=4 \tag{8'}$$
$$2x_2-x_3=1 \tag{9'}$$
$$x_2-2x_3=-1 \tag{10'}$$

（９’）を１／２倍する。

$$x_1+2x_2+1x_3=4 \tag{8'}$$
$$x_2-(1/2)x_3=1/2 \tag{9''}$$
$$x_2-2x_3=-1 \tag{10'}$$

（１０’）に（９”）の－１倍を足す

$$x_1+2x_2+1x_3=4 \tag{8'}$$
$$x_2-(1/2)x_3=1/2 \tag{9''}$$
$$-3/2x_3=-3/2 \tag{10''}$$

[後退代入]

（１０”）を－３／２倍する。

$$x_1+2x_2+1x_3=4 \tag{8'}$$
$$x_2-(1/2)x_3=1/2 \tag{9''}$$
$$x_3=1 \tag{10'''}$$

（１０”’）を（９”）に代入

$$x_1+2x_2+1x_3=4 \tag{8'}$$
$$x_2=1 \tag{9'''}$$
$$x_3=1 \tag{10'''}$$

（９”’）と（１０”’）を（８’）に代入すると

$x_1=1$

と全ての解が求まりました。

回路網の計算でも同様に複雑な計算過程が必要なことが判ったと思います。

4.　行列による回路網の解法

３．１逆行列を用いた連立方程式の解法

次の連立方程式を考えます。

$$\begin{cases} a11x1 + a12x12 + \cdots + a1nxn = b1 \\ a21x1 + a22x2 + \cdots + a2nxn = b2 \\ \cdots\cdots\cdots \\ an1x1 + an2x2 + \cdots + anmxn = bn \end{cases} \qquad (1)$$

ただし，$\begin{vmatrix} a11 & a12\cdots & a1n \\ a21 & a22\cdots & a2n \\ an1 & an2\cdots & anm \end{vmatrix} \neq 0$ とします。

このとき，$A = \begin{pmatrix} a11 & a12 & \cdot & a1n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ an1 & an2\cdot & \cdot & ann \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ \cdot \\ xn \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b1 \\ b2 \\ \cdot \\ bn \end{pmatrix}$ とおけば，（１）式は

次のように書けます。

$$Ax = b$$

この連立方程式で，$|A| \neq 0$ であるから，A^{-1} は存在し，解は

$x = A^{-1}b$ で与えられます。

３でみてきたように，ガウスの消去法で連立１次方程式を解くのには前進消去と後退代入という複雑な方法が必要であることがわかりました。回路網がもっと複雑になった場合，気が遠くなります。そこで，もっと簡単にできる方法を紹介します。それには回路方程式を行列式として解く方法です。

これは，数値計算法の一種で，係数が与えられ，電流などの未知数を求めるのに有効にです。

それでは，まず，例１を行列式で表してみます。

行列式で表す場合にはキルヒホッフの第一法則は用いません。

$$\begin{pmatrix} 6 & -6 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} i1 \\ i2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17.7 - 12 = 5.7 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} i1 \\ i2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -6 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 5.7 \\ 12 \end{pmatrix}$$

としてｉ$_1$，ｉ$_2$を求めます。この解き方が逆行列によるキルヒホッフによる回路網に流れる電流を求める方法です。

エクセルによる計算例を図 3.1 に示します．

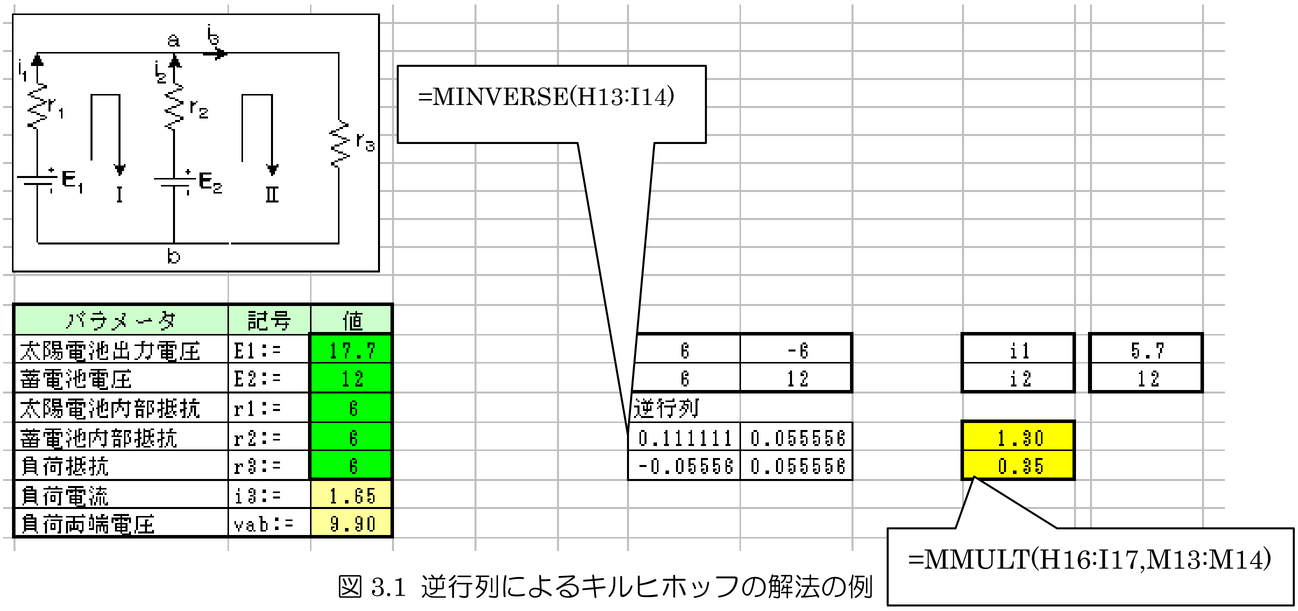


図 3.1 逆行列によるキルヒホッフの解法の例

帆足ーミルマンの定理

全電圧の定理、帆足-ミルマンの定理ともいい、直列アドミタンスをもつ複数の電圧源が並列接続された電気回路の出力電圧（開放電圧）を求める定理です。各電圧源の電圧を V_i電源を除いたときの電源部の各アドミタンスを Y_i、電気回路の出力電圧（開放電圧）を V_0とすると

$$V_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} Y_i V_i}{\sum_{i=1}^{N} Y_i} \text{及び}$$

$$I_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} Z_i I_i}{\sum_{i=1}^{N} Z_i}$$

を用います.